

# 抗差算法在矿区地表沉降预测中的应用

王德高

(安徽工业经济职业技术学院 地质与建筑工程学院, 安徽 合肥 230051)

**摘 要:** 矿区地表沉降预测时,各沉降监测点观测数据不可避免地存在粗差,导致监测点高程预测的偏离。利用抗差估计原理解决观测值存在粗差时矿区地表的沉降预测,研究结果表明,当沉降观测数据中混有粗差时,最小二乘拟合预测值严重偏离实际,抗差估计法的沉降预测结果与实际沉降较吻合,能很好地反映监测点的沉降情况,为矿区安全开采提供有效的数据保障。

**关键词:** 沉降预测;粗差;最小二乘拟合;抗差估计

**中图分类号:** TD1

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1671-9891(2019)02-0038-04

## 0 引言

随着煤炭资源的大规模开发,矿区地表沉陷对周边环境产生了严重影响。对矿区地表沉降进行监测及预测,能够为煤矿安全开采、生态保护、周边居民生命财产安全等提供有效的保障。矿区监测点沉降监测过程中,由于观测仪器、人员操作及外界环境等因素的影响,高程数据不可避免地会有粗差存在,对观测数据粗差的处理将直接影响矿区地表沉降变形预测的实际吻合效果<sup>[1]</sup>。本研究采用双曲线拟合模型,结合抗差估计法解决监测数据粗差对模型拟合的影响。预测算例证明,抗差估计法能够很好地克服最小二乘拟合不能抵抗粗差的缺点,更加精确地预测矿区地表的沉降变形情况,以便提前采取措施,防止安全事故发生。

## 1 模型及算法

矿区地表沉降变形预测一般采用双曲线拟合模型。当沉降观测数据服从正态分布时,最小二乘法具有优化统计的性质,若沉降观测数据中存在粗差,可采用抗差估计法进行抗粗差处理。

### 1.1 双曲线拟合模型

双曲线拟合方程为当前较常用的沉降变形拟合模型,为了方便绘图与编程,其方程式为:

$$y = a + bx \quad (1)$$

式中  $y = \frac{t - t_0}{S_t - S_0}$ ,  $x = t - t_0$ 。  $S_t$ 、 $S_0$  分别为时间  $t(t > 0)$  时刻沉降值与  $t = 0$  的时刻沉降值(即初始沉降

值)  $a$ 、 $b$  分别为待求定的沉降监测数据拟合出的斜截距及斜率<sup>[2]</sup>。

### 1.2 最小二乘原理

最小二乘平差模型的误差方程式为:

$$V = B\hat{X} - L \quad (2)$$

式中  $V$  为观测值改正数向量;  $B$  为观测值系数矩阵;  $\hat{X}$  为待求的未知参数向量;  $L$  为观测向量<sup>[3]</sup>。

根据最小二乘准则,  $\sum P_i V_i^2 = \min$ , 得:

收稿日期: 2019-03-01

基金项目: 安徽省高校自然科学基金项目(KJ2017A643), 安徽省高校优秀青年人才支持计划项目(gxyqZD2018126)

作者简介: 王德高(1985—), 男, 江苏邳州人, 安徽工业经济职业技术学院地质与建筑工程学院讲师、高级工程师, 硕士。

$$\begin{cases} \hat{X} = (B^T P B)^{-1} B^T P L \\ D_{XX} = (B^T P B)^{-1} \hat{\sigma}^2 \\ \hat{\sigma} = \pm \sqrt{V^T P V / (n - m)} \end{cases} \quad (3)$$

式(3)中  $P$  为观测向量的权矩阵,  $D_{XX}$  为  $\hat{X}$  的协方差矩阵,  $\hat{\sigma}^2$  为协方差估值。

### 1.3 抗差估计理论

抗差估计理论用于地表沉降规律预测是当沉降观测值存在粗差的情况下,利用抗差权函数重新定权,降低沉降粗差观测值在双曲线拟合模型未知参数估算时的作用,从而提高矿区地表沉降预测的实际吻合度<sup>[4-5]</sup>。

该算法用于地表沉降预测双曲线拟合模型的具体步骤为:

(1)按照式(2)建立误差方程式;

(2)采用最小二乘公式  $X_1 = (B^T P_0 B)^{-1} B^T P_0 L$  计算初始转换参数及残差值  $v_1 = BX_1 - L$ , 根据式  $\bar{P}_i = P_i \frac{\rho(v_i)}{v_i}$  计算等加权阵;

(3)选择抗差权函数(如 IGGIII)迭代计算。若前后两次未知参数差值绝对值均小于给定限差( $|a_i - a_{i-1}| \leq \varepsilon$  且  $|b_i - b_{i-1}| \leq \varepsilon, \varepsilon = 10^{-6}$ )时,停止迭代,得出最终的等价权阵,求出最终斜截距  $a$  及  $b$  斜率代入式(1)便可预测出矿区地表沉降监测点的沉降量。

## 2 算例分析

由于地面沉降点变形预测是独立的,可不考虑监测点变形间的相关性。从安徽省某矿区的地表沉降监测网中选择其中一点 18 个观测周期的观测数据参与沉降预测分析,其实测的 18 期沉降数据如表 1 所示。

表 1 矿区某沉降监测点 18 期沉降观测实际数据

周期数/d	7.0	14.0	21.0	28.0	35.0	42.0	49.0	56.0	63.0	70.0	77.0	84.0	91.0	98.0	105.0	112.0	119.0	126.0
沉降量/mm	10.5	10.9	11.7	12.4	13.1	13.5	14.0	14.8	15.1	15.7	16.4	17.6	18.6	19.8	21.1	22.3	23.9	24.8

### 2.1 无粗差情况下精度对比

当该观测点的沉降量不含粗差的情况下,采用 Matlab 编程计算得出式(1)双曲线拟合方程的最小二乘拟合未知参数  $a_1 = 10.042\ 45$ ,  $b_1 = 0.067\ 82$ , 抗差估计拟合未知参数  $a_2 = 10.083\ 59$ ,  $b_2 = 0.067\ 51$ 。单独从参数看似相差不多,但通过计算两种算法中的误差分别为  $m_1 = 0.302\ 58$ ,  $m_2 = 0.401\ 591$ ,  $m_3 = 0.303\ 02$ 。可以看出,当沉降监测点观测高程无粗差存在时,最小二乘拟合与抗差估计法精度相当,二者较之抗差估计精度要高。结合双曲线拟合方程,分别采用上述两种算法 Matlab 编程预测该监测点各期沉降量如图 1 及表 2 所示。

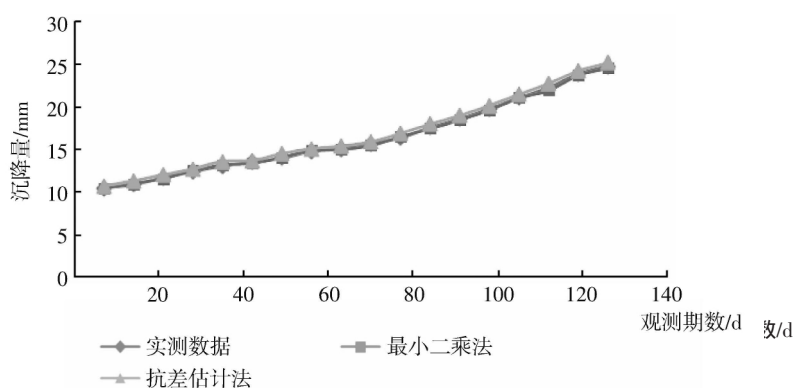


图 1 观测数据无粗差时 3 种算法的沉降量拟合图

表 2 无粗差时 3 种拟合算法沉降量拟合值与实际观测值对比

观测期数/d	实测数据/mm	最小二乘法/mm	抗差估计法/mm
7	10.5	10.5	10.7
14	10.9	11.0	11.3
21	11.7	11.6	12.0
28	12.4	12.5	12.7
35	13.1	13.2	13.6
42	13.5	13.4	13.7
49	14.0	14.1	14.5
56	14.8	14.9	15.1
63	15.1	15.0	15.4
70	15.7	15.5	15.9
77	16.4	16.5	16.9
84	17.6	17.5	18.0
91	18.6	18.5	19.0
98	19.8	19.7	20.2
105	21.1	21.1	21.5
112	22.3	22.0	22.8
119	23.9	23.8	24.3
126	24.8	24.6	25.2

从表 2 及图 1 可以看出,当观测点的沉降量不含粗差时,最小二乘、抗差估计两种方法拟合出的曲线几乎重合,且与沉降实际观测值十分接近,即两种方法均能用于矿区沉降监测点沉降量的预测。

## 2.2 含粗差情况下精度对比

为更好地比较上述两种算法在矿区地表沉降预测中的精度,人为地在 14、112 两个周期的沉降量上加入  $-1.4\text{ mm}$  与  $+1.4\text{ mm}$  的粗差,分别采用上述两种算法编程计算出各自的位置参数为  $a'_1 = 9.742\ 6$   $b'_1 = 0.071\ 63$   $\mu'_2 = 10.055\ 03$   $b'_2 = 0.067\ 98$   $\mu'_3 = 10.042\ 41$   $b'_3 = 0.067\ 85$ 。

可以看出两种算法计算得出的未知参数斜截距及斜率不同,且最小二乘拟合法得出的参数与无粗差时偏离较大,抗差估计法得出的未知参数斜截距及斜率与无粗差时基本一致。通过计算两种算法中的误差看出  $m'_1 = 0.684\ 88$   $m'_2 = 0.401\ 591$   $m'_3 = 0.400\ 601$ 。因此,当沉降监测点观测高程有粗差存在时,最小二乘拟合法较之抗差估计法精度要低。为了更加形象地反映粗差情况下两种预测模型的效果,分别做出两种算法拟合后的沉降量与实测沉降量差值表及沉降拟合图,如见图 2、表 3 所示。

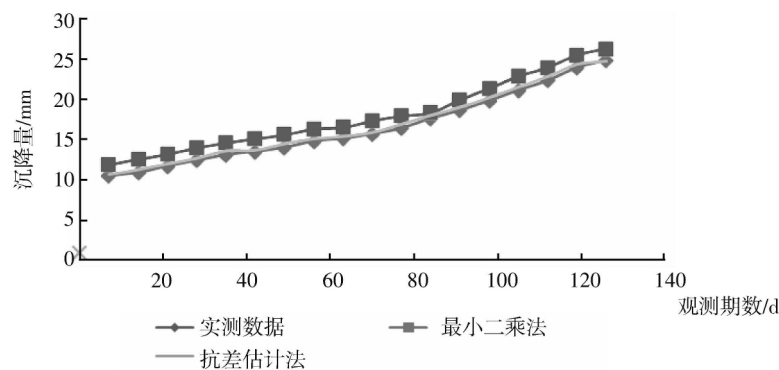


图 2 观测数据有粗差时两种算法的沉降量拟合图

表 3 有粗差时 3 种拟合算法沉降量拟合值与实际观测值对比

观测期数/d	实测数据/mm	最小二乘法/mm	抗差估计法/mm
7	10.5	11.9	10.7
14	10.9	12.6	11.3
21	11.7	13.2	12.0
28	12.4	14.0	12.7
35	13.1	14.6	13.6
42	13.5	15.1	13.7
49	14.0	15.6	14.5
56	14.8	16.3	15.1
63	15.1	16.5	15.4
70	15.7	17.3	15.9
77	16.4	17.9	16.9
84	17.6	18.3	18.0
91	18.6	19.9	19.0
98	19.8	21.3	20.2
105	21.1	22.8	21.5
112	22.3	23.9	22.8
119	23.9	25.4	24.3
126	24.8	26.2	24.7

从表 3 及图 2 看出,当观测点的沉降量含粗差时,最小二乘拟合法拟合得出的沉降量与实际偏离较大,拟合曲线偏离实际沉降观测测量曲线较多,抗差估计法拟合出的曲线几乎重合,更加接近实测数据,预测沉降量更加稳定。

### 3 结束语

矿区沉降观测数据无粗差时,最小二乘拟合、抗差估计法均能很好地预测矿区地表的沉降情况;当沉降观测数据有粗差存在时,最小二乘拟合法沉降量预测偏离沉降量实际观测值较大,而抗差估计法能很好地预测矿区地表的沉降情况,具有较好的抗差性。因此,为保证矿区的安全生产,应选择抗差性好的抗差估计法预测矿区地表的沉降。

### 参考文献:

- [1]魏静,王德利.建筑工程测量[M].北京:机械工业出版社,2013.
- [2]王奉林,郭力娜.基于稳健估计的沉降预测及抗差能力探测[J].华北理工大学学报:自然科学版,2018(3):7-13.
- [3]倪飞,赵长胜,郭洋洋.不同大地坐标系间相互转换的病态解决及抗差算法[J].测绘科学,2011(4):72-74.
- [4]倪飞.几种抗差算法在坐标转换中应用的对比研究[J].矿山测量,2017(4):92-96,120.
- [5]倪飞,崔桂官.空间直角坐标系统转换的抗差算法研究[J].海洋测绘,2011(6):28-30,38.

(责任编辑 顾力豪)

(下转第 63 页)

[31][清]张廷玉.明史·宦官传·郑和:第26册[M].北京:中华书局,2012.

(责任编辑 范可旭)

## Analytical Assessment on Zheng He's 11 Tomb Sites and Historical Review of His True Tomb in Enji Village in Beijing

CHEN Ping-ping<sup>1</sup>, SUN Mei-shu<sup>2</sup>

(1. Dept. of Life Science, Nanjing Xiaozhuang University, Nanjing 210017, China;

2. The Third High School of Nanjing, Nanjing 210001, China)

**Abstract:** There have been no documentary records on Zheng He's tomb in history. For hundreds of years, there have been many assertions. After analytical assessment, there are 4 assertions claimed to be buried overseas, which should be denied. There are 6 assertions claimed to be buried in Nanjing, which is lack of real evidence. One assertion buried in Beijing has been long neglected. From the relevant works, confirmed by Xiaodezhang and the eunuchs, the location of Li Lian-ying's tomb, the analysis of the views by Zhang Zhong-cheng and Chinese and foreign tourists, Zheng He's Tomb in Enji Village in Beijing has been the only evidence-based, reliable and credible one for hundreds of years, which is a precious cultural heritage of China and the world. The surface construction around the tomb has undergone many changes in history, and it is necessary for the government to conduct a continually follow-up investigation, protection and research. The pavilion should be built as well as the monument to be memorized and handed down, which acts as ending ambiguous interpretations of Zheng He's tomb.

**Key words:** Zheng He's tomb site; true tomb; Enji Village in Beijing; analytical assessment and review of history

(上接第41页)

## Application of Robust Algorithm in Prediction of Surface Subsidence in Mining Areas

WANG De-gao

(College of Geology and Architectural Engineering, Anhui Technical College of Industry and Economy, Hefei 230051, China)

**Abstract:** When predicting the surface subsidence in mining areas, the observed data at monitoring points inevitably exist gross error, leading to the deviation from predicting elevation of observed points. The principle of robust estimation is used to solve the subsidence prediction of mining area surface when there exists gross error in observed data. The results show that when the observed data are mixed with gross error, the least square fitting prediction data significantly deviate from the actual situation. The subsidence prediction result by the robust estimation method is consistent with the actual subsidence, which can truly reflect the subsidence at monitoring points, which provides effective data for ensuring safe operation in mining areas.

**Key words:** subsidence prediction; gross error; least square fitting; robust estimation