

基于“概念意象”的高职数学概念教学研究

徐 亮

(江苏工程职业技术学院 素质教学部, 江苏 南通 226007)

摘 要:文章从高职数学的教学目标及学生的学情出发,对基于“概念意象”形成的高职数学概念教学的可行性及实施效果进行了论述,并以定积分概念教学为例来说明采用工作过程导向的案例教学在学生掌握正确的概念意象,并顺利实现知识迁移中的作用。

关键词:高职数学;概念意象;工作过程导向;案例教学

中图分类号:O13-4

文献标识码:A

文章编号:1671-9891(2017)01-0092-04

0 引言

1981 年数学教育学家韬尔和维纳提出了“概念意象”这个术语,用来描述与某个概念相关的整个认知结构,包括所有相关的心理表象、性质及过程,通过长期的经验逐步积累起来,随情境和个体成熟的变化而变化,在特定的时候被“激活”,而概念定义则是概念的文字表述。概念意象的建立是一个动态的过程,它与概念定义之间的关系是双向的。实际上,学生面对以各种面貌出现的数学问题时,首先联想到的是这个概念的部分意象,而不是概念的定义。过去只注重形式化的概念定义教学,使得学生所形成的意象是基于这种形式化的语言,导致他们在解决问题时概念的意象没有被激活,给解决问题造成了困难。

高职数学教学有其自身的特点,即以强化知识应用为导向,以培养学生的应用能力为目标,突出数学知识与实际应用、相关专业内容的契合。在教学中如果只介绍成熟的概念、定理、计算方法等的话,就将高职数学教学引向了体系的完整性和逻辑的严密性,而学生则只会从应试的角度关注题型和计算技巧,这种教学自然引不起学生的学习兴趣。基于工作过程导向的课程开发理念起源于德国,是当前高职专业技术课程开发所遵循的主要原则,它使学生能在较为真实的工作情境中完成知识、技能的学习,形成综合职业能力。在工作过程导向的框架下抓住“概念意象”开展高职数学概念教学实践,从学生个体素质和职业能力的发展需要出发,打破原有的教学模式,不再强调学科中心,因而具有十分重要的意义,本文以定积分概念教学为例来说明这个问题。

1 “概念意象”在定积分概念教学中的运用

1.1 定积分“概念意象”的认识误区

定积分概念的引入方式和几何意义容易使学生将定积分概念与计算几何图形的面积联系起来。但是,学生本来就对不同情境下面积的计算感到困难,再将定积分概念迁移到体积、做功、压力等其他情境,所遇到的困难就更大了,直至介绍完微分法后才能形成完整正确的定积分概念意象。这一教学过程前后跨度很大,割裂了学生对于这一概念的理解,不利于高职院校学生在学习联系实际去运用。所以,学生最后对于定积分的运算技巧十分熟悉,而对在什么场合下使用定积分却十分模糊,没有形成数学思维。学习就是要不断地重复模仿,否则仅是达到工具性的理解而没有达到关系性的理解,只有掌握定积分的这一概念本质才能顺利实现知识迁移,完成教学目标。因此,从这个角度来理解,就不难明白为什么不光是面积的计算,在社

收稿日期:2016-08-25

基金项目:2015 年江苏工程职业技术学院教学改革研究项目“基于社会生活和工作过程的高职高数案例教学改革”(项目编号 2015-23)。

作者简介:徐亮(1980—),男,江苏南通人,江苏工程职业技术学院素质教学部讲师,硕士。

会生活与专业学习中,凡涉及不同情境中量的累积这样的问题,都需要用到定积分来解决了。

1.2 定积分“概念意象”的初步建立

对定积分概念的理解分别是对其几何表征的理解,对分区间、近似代替、求和、取极限过程的理解,以及对其表达式结构的理解,这三个方面构成了学生对定积分概念的意象。在定积分教学过程中具体教学设计的完成,先完成定积分概念定义与概念意象的建立,再将概念与具体的计算分离。

1.3 定积分“概念意象”的深入理解

定积分的数值计算在高职数学教学中一般不会涉及,它是定积分的近似计算方法。由于高职生往往对概念形成的四个过程没有清晰的认识,导致他们无法将定积分概念迁移到未知情境中。因此介绍定积分数值计算的意义在于,一方面是强化了对定积分概念形成过程的认识,另一方面将定积分概念迁移至面积以外的情境(如体积),将对定积分概念的理解引向深处。在教学设计中,首先提出的第一个案例是计算拦河大坝土石方的问题,预先给出了这个设计中的大坝的长度、顶宽、坝下30米深度处的坝宽、地面到水底每隔1米处的深度等数据,引导学生用定积分数值计算的方法去计算所需的土石方。紧接着向学生指出由于计算量巨大,必须利用数学软件编程实现,而且得到的土石方是近似值,而非精确值。课程中若没有介绍数学软件的使用,可以由教师展示计算结果,这不会影响教学目标的实现。最后向学生指出由于定积分概念不适合用于精确计算,需要更简便、实用的方法,那就是微元法。

1.4 定积分“概念意象”的最终建立

微元法是解决实际问题时经常使用的方法,具有方便、实用的特点,对微元法的介绍,有助于加深对定积分表达式结构的理解。定积分应用的教学就是在微元法的思想下展开的,但是在实际中,不少学生尚不能用它去解决定积分的问题。从定积分的概念可知,它是通过四个步骤实现量的计算,所以我们希望将上述求值的步骤进行简化,得到一种方便、实用的方法。将上述四个步骤合并、简化为三个步骤,抓住定积分概念中部分量的无限累积和被积函数是连续函数这两个特点,根据实际问题找出适当的连续函数作为被积函数,在局部以直代曲,这种简化后的方法我们就称之为微元法。我们提出的第二个案例是计算水面下的水坝闸门受到的水压力,通过它来引出微元法,有意呈现出其在面积与体积外情况的运用。案例虽以闸门受到的水压力这种形式呈现,但是其中却又包含着面积的元素(压力等于压强与面积的乘积),自然可以将微元法迁移到面积计算中来。

2 “定积分的概念”教学设计方案示例

为了改变由于形成完整正确的定积分概念意象时间过长给学生迁移定积分概念造成的困难,我们结合案例教学法,设计了四个课时的教学设计方案来帮助学生快速形成正确的定积分“概念意象”。在教学中暂将概念与具体的计算相分离,先完成定积分概念定义与概念意象的建立,强化定积分概念迁移的能力,具体教学设计如下。

2.1 任务一:计算拦河大坝所需的土石方

(1)创设情境,提出问题。每年夏季全国多地会因暴雨导致洪涝灾害,尤其是堤坝垮塌更会造成人员及物质财产的严重损失,为避免出现这样的情况,设计结实耐用的拦河大坝就显得格外重要。当然大坝的设计会涉及诸多工程技术问题,在这里仅从普通人的视角来提出大坝设计过程中需要考虑的问题。假设测量出的大坝宽为100 m,大坝顶端的水平面为基准面,横向每隔1 m处到地面或水底各处的深度已知,坝顶宽3 m,坝下30 m深处坝宽设计要求达到5 m,在此提出两个问题:①如何计算设计中的拦河大坝所需的土石方;②如何计算水面下水坝闸门所受到的水压力。

由于采用的是基于工作工程导向的案例教学模式,所以安排5名学生为一组,选出小组长,各小组在教师的引导下独立探究这两个问题的解答,教师在其中起到布置任务、提出问题、适当引导、巡回检查、听取汇报、指出不足、评价总结的作用。

(2)分析讨论,理清思路。两个问题显然可以看作是两个任务,首先来分析任务一。小组讨论后认为该任务是计算一个不规则物体体积的问题,解决它比较困难,经验当中只会计算规则的体积或者面积,经适当引导后小组重新得出结论,是否可以通过先求不规则平面图形的面积,再来寻求这个体积的计算方法。小组讨

论后发现,可以用书中介绍的定积分来求不规则图形的面积。书本是以计算曲边梯形为例来说明的。经教师适当引导后,小组很快发现可拓展至任何形状的平面图形,进一步讨论发现不规则体积的计算也可以用定积分概念形成的四个过程来实现,只不过这时小区间上曲边的高度被大坝纵截面的面积代替。

(3)引入新知,解决问题。小组在教师指导下认真学习定积分概念,掌握了定积分定义形成的四个步骤的详细过程,学习了定积分的性质与它的几何意义,由此得出定积分概念可用于面积及体积计算的结论。

现假设横向每隔 1 m 处的测量点 $x_i (i=0, 1, 2, \dots, 100)$ 测量出的坝深为 y_i , $y_i = f(x_i)$ 。易知,大坝纵截面为梯形,坝深 30 m 处纵截面面积为 $S_0 = 120(\text{m}^2)$,所以测量点 x_i 处的纵截面面积 A_i 如式(1)所示。

$$A_i = \left(\frac{y_i}{30}\right)^2 S_0 = \frac{2y_i^2}{15} \quad (1)$$

则设计中大坝土石方的和(近似值)如式(2)所示。

$$V = \int_0^b A(x)dx \approx \sum_{i=1}^n A_i \Delta x_i = \frac{b}{n} \sum_{i=1}^n \frac{2y_i^2}{15} = \frac{b}{n} \sum_{i=1}^n \frac{2f^2(x_i)}{15} \quad (2)$$

其中 $b = 100$, $n = 100$ 。将坝深 $y_i = f(x_i)$ 的测量值带入,由教师通过数学软件展示计算结果。

(4)问题拓展,深入研究。在完成任务一提出的问题后,小组讨论可以得出结论,无论是求面积还是体积,定积分反映出量的累积的思想,这就得出了正确的定积分概念意象”,同时也发现运用定积分的定义解决问题时比较复杂,且难以得出精确的结果。因此,需要在此任务一的基础上继续探究引入新的方法,由此引出任务二。

2.2 任务二:计算水面下水坝闸门所受到的水压力

按照任务一中四个步骤来完成任务二的教学设计。任务二实际上是一个物理问题,假设闸门没入水中的高度是 H ,闸门宽度为 r ,水密度为 ρ ,重力加速度为 g ,如图 1 所示。如果是水平置于水面下 h 米深度面积为 A 的一块板,则板的一侧受到的水压力为 $F = \rho ghA$ 。现在的情况是闸门是垂直入水的,每个深度所受的水压力不同,这时教师提出问题:可否继续用定积分的思想来求解?小组讨论后认为可将闸门在水中的部分自上而下分成若干小区间,使得每个小区间上的任一点被看作是处于同一深度中,那么该区间上任何点所受的力是相同的,再将所有小区间上的水压力累加起来就是闸门所受的水压力。按照在任务一中小组自己分析出的结论,既然是力的累加,当然可以运用定积分概念求解。

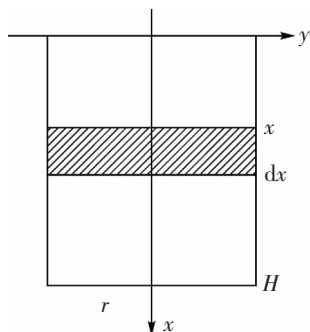


图 1 水坝闸门所受的水压力计算示例

此时,教师进一步指出如继续采用和任务一完全一致的步骤仍会面临复杂的计算,有无更具可操作性的方法呢?经教师的适当引导,小组重新考量了定积分定义形成过程的各个阶段,提炼得到微元法,随后运用该方法解决了任务二提出的问题,即取其中任一小区间并记作 $[x, x + dx]$,计算出该小区间所受水压力的近似值 $dF = \rho g x r dx$,由此建立了闸门所受水压力的定积分模型,如式(3)所示。

$$F = \int_0^H \rho g x r dx \quad (3)$$

在完成任务二提出的问题后,教师提出一些新的问题作为课后练习,让小组独立的用微元法去建立平面图形的面积、旋转体的体积、平面曲线的弧长、变力沿直线做功、引力及经济社会生活中的一些问题的定积分模型,巩固学习成果。

3 结束语

通过完成两个任务,学生可以充分掌握定积分概念的“概念意象”,能够对各种类型的定积分问题实现定积分概念的迁移,并能利用微元法建立各种类型定积分问题的数学模型。本文中的事例虽然是以生活化的面貌呈现的,但是在某些条件下稍加改造也可以成为与专业结合的案例,或者拓展为数学建模的教学内容。比如在案例一中,如果要得到计算水坝土石方精度更高的值,就可以展开介绍辛普森公式、龙贝格积分等。通过基于工作过程导向的案例教学对于学生掌握正确的“概念意象”效果明显,我们在教学中可采用这种手段以提高高职数学概念教学的效果。

参考文献:

- [1]洪丽颖.一体化人才培养模式下基于任务驱动的高数课程教学改革探索[J].北京工业职业技术学院学报,2015(1):91-97.
- [2]陈成钢.卓越计划下大学数学教学方法探索[J].中国建设教育,2015(5):17-22.
- [3]李建杰.案例教学法在高职数学教学中的应用[J].中国教育技术装备,2012(36):107-109.
- [4]莫愿斌.基于信息与计算科学专业特色的定积分与微元法的比较教学研究与实践[J].高教论坛,2012(10):66-68.
- [5]陈晓龙.大学数学应用[M].北京:化学工业出版社,2015.

Research on Teaching Higher Vocational Mathematical Concept Based on “Conceptual Imagery”

XU Liang

(Dept. of Quality Teaching, Jiangsu College of Engineering and Technology, Nantong 226007, China)

Abstract: Starting from the objectives of higher vocational mathematical teaching and the situation of students' learning, this article discusses the feasibility and implementation effect of teaching higher vocational mathematical concept based on “conceptual imagery”. It uses definite integral concept teaching as an example to illustrate the role of work process-oriented case study in students' mastery of correct conceptual imagery, and the smooth realization of knowledge migration.

Key words: Higher vocational mathematics; Conceptual imagery; Work process orientation; Case study

(上接第 23 页)

Analysis of Summer Ice Condition in Arctic Region in 2016

QIAO Qian-fang

(Dept. of Navigation, Nantong Vocational & Technical Shipping College, Nantong 226010, China)

Abstract: Based on the author's field observation of the sea ice during China's 7th Arctic research expedition, this article, in combination with previous expedition materials, analyzes and summarizes the summer ice condition in the Arctic region, which is expected to be of certain reference value for future polar expeditions and navigation.

Key words: Arctic Region; Summer; Ice condition analysis