第18卷第3期
2019年9月
南通航运职业技术学院学报
JOURNAL OF NANTONG VOCATIONAL & TECHNICAL SHIPPING COLLEGE
Vol.18 No.3
Sep. 2019

doi: 10.3969/j.issn.1671-9891.2019.03.011

不同大地坐标系间坐标相互转换的抗差算法研究

曹后龙

（国核工程有限公司 建造中心，上海 200233）

摘 要：不同大地坐标系间的坐标转换是采用两套坐标系下坐标的公共点，结合相应的转换模型，求取转换九参数来实现转换的过程。转换时若公共点坐标存在粗差，九参数的求解精度便会受到影响，致使转换失败。文章将传统的Baarda粗差数据探测法、抗差最小二乘法以及拟准检定法用于解决其转换时公共点坐标粗差导致的精度偏离问题。结合转换算例得出精度对比结论，为工程实际中的大地坐标转换算法的选择提供一定的参考依据。

关键词：粗差；Baarda数据探测法；抗差估计；拟准检定法

中图分类号：P223 文献标志码：A 文章编号：1671-9891(2019)03-0048-05

0 引言

在日常的测绘工作中，不同坐标系下的大地坐标值经常需要相互转换，然而现实中由于控制点桩的建立年代不同、精度等级不一以及标石被移动破坏等因素[1]，导致参与九参数解算的公共点坐标中经常会伴有粗差，直接影响参数的解算精度，导致坐标转换失败。

现实中用于解决大地坐标转换时公共点坐标粗差的算法较多，比如Baarda粗差数据探测法、抗差最小二乘法及拟准检定法等。Baarda算法通过剔除粗差坐标参与九参数解算的方式来计算未知转换参数 抗差最小二乘法采用选权迭代的方式减少粗差坐标在参数解算时的影响 拟准检定法通过特定算法发现并改正公共点粗差坐标值，从而实现参数的精确解算。为了获得以上3种算法用于不同大地坐标转换时的抗差效果，文章通过具体的算例得出3种上述不同抗差算法的精度对比结论，从而为工程实际提供一定的参考依据。

1 不同大地坐标系间相互转换的误差方程

不同大地坐标系间坐标的相互转换，通过公共点坐标可建立误差方程式[2]：

$$V = AX - l \tag{1}$$

式中，$X = [\Delta X \quad \Delta Y \quad \Delta Z \quad \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad m \quad \Delta a \quad \Delta f]^T$为待求的坐标转换参数，$(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$为3个方向的坐标平移参数，$(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ 为x、y、z 3个方向的坐标轴旋转参数，m为缩放比例参数，Δa为椭球的长半轴差，Δf为扁率差，未知参数共计9个。

公共点的误差方程常数项矩阵A_i以及系数矩阵l_i分别为[3]：

$$A_i =$$

$$\left[\begin{matrix} -\dfrac{\sin L_i}{(N_i + H_i)\cos B_i}\rho'' & \dfrac{\cos L_i}{(N_i + H_i)\cos B_i}\rho'' & 0 & \tan B_i \cos L_i & \tan B_i \sin L_i \\ -\dfrac{\sin B_i \cos L_i}{M_i + H_i}\rho'' & -\dfrac{\sin B_i \sin L_i}{M_i + H_i}\rho'' & \dfrac{\cos B_i}{M_i + H_i}\rho'' & -\sin L_i & \cos L_i \\ \cos B_i \cos L_i & \sin B_i \sin L_i & \sin B_i & \dfrac{-N_i e^2 \sin B_i \cos B_i \sin L_i}{\rho''} & \dfrac{N_i e^2 \sin B_i \cos B_i \cos L_i}{\rho''} \end{matrix}\right.$$

收稿日期：2019-05-07

作者简介：曹后龙(1981—)，男，江苏沛县人，国核工程有限公司建造中心工程师，硕士。

$$
\begin{matrix}
-1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{N_i}{M_i+H_i}e^2\sin B_i\cos B_i\rho'' & \frac{N_i}{(M_i+H_i)a}e^2\sin B_i\cos B_i\rho'' & \frac{M_i(2-e^2\sin B_i)}{(M_i+H_i)(1-f)}\sin B_i\cos B_i\rho'' \\
0 & (N_i+H_i)-N_ie^2\sin^2B_i & -\frac{N_i}{a}(1-e^2\sin^2B_i) & \frac{M_i}{1-a}(1-e^2\sin^2B_i)\sin^2B_i
\end{matrix}
\right] \quad (2)
$$

$$l_i=[\Delta B_i \quad \Delta L_i \quad \Delta H_i]^T \quad (3)$$

式(2)、(3)中L_i为大地经度,B_i为大地纬度,H_i为大地高,a为地球长半轴,e为地球参考椭球的扁率,M_i为地球经线圈曲率半径,N_i为地球卯酉圈曲率半径,$e=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$为第一偏心率,$f=\frac{a-b}{a}$为地球扁率,$\Delta B_i$为纬度差,$\Delta L_i$为经度差,$\Delta H_i$为大地高差,$\rho^*\approx 206\ 265^*$。

2 坐标转换抗差算法

2.1 Baarda粗差数据探测法

Baarda数据探测法用于不同大地坐标转换是将公共点坐标粗差纳入函数模型,采用检验统计量判定并定位坐标粗差位置,之后使含有粗差的公共点坐标不参与未知参数解算,最后采用最小二乘原理并结合余下不含粗差的公共点解算转换九参数。[4]

解算步骤如下:

(1)将原有空间直角坐标系下的n个公共点坐标设定为固定值,令大地坐标系的坐标为等精度的独立观测值,运用最小二乘原理计算出观测值的改正数V_i与协因数矩阵$Q_{V_iV_i}$,构成u检验统计量[5]:

$$u=\frac{V_i}{\sigma_0\sqrt{Q_{V_iV_i}}} \quad (4)$$

式中,σ_0为母体标准差,α(比如$\alpha=0.1$)为给定显著水平。

(2)查看标准正态分布表得$u_{\frac{\alpha}{2}}$,若$|u|_{\max}>u_{\frac{\alpha}{2}}$,此时剔除该统计量所对应的公共点,使其不参与九参数的解算;

(3)将剩余公共点坐标按最小二乘原理进行平差计算,并按步骤(1)重新构成u统计量进行检验,直到所有公共点均满足$|u|_{\max}>u_{\frac{\alpha}{2}}$,即公共点坐标无粗差为止。

注:σ_0^2可用平差后求得的方差估值$\sigma_0^{\wedge 2}$代替,构成τ检验统计量$\tau=\frac{V_i}{\sigma_0^{\wedge 2}\sqrt{Q_{V_iV_i}}}$,$\tau$统计量为服从自由度$f=2n-4$的$\tau$分布。

(4)将剩下未超限的(至少3个)公共点坐标代入式(1),通过最小二乘法求解出转换九参数,将转换参数代入式(1)求解各待定点大地坐标值,即可完成大地坐标转换。

2.2 抗差最小二乘法

为了达到抵抗粗差的目的,抗差最小二乘法用于不同大地坐标转换是利用抗差权函数(如IGGIII权函数)对公共点的各方向坐标重新进行定权[6],以降低粗差坐标值在九参数解算时的权重,之后采用迭代计算的方式计算未知九参数。

解算步骤[7]:

(1)根据空间直角坐标各观测向量的协方差矩阵$D_1=\delta_1^2$、$D_2=\delta_2^2$,计算初始权矩阵$P_L=(D_1+D_2)^{-1}$;

(2)依据式(1)转换模型,采用最小二乘原理,求解初始转换参数$X_i=(B^TPB)^{-1}B^TPL$与初始残差值$|v_i|=|Ax_i-l_i|$;

(3)结合初始残差值$|v_i|$,采用抗差权函数编写matlab程序代码选权迭代计算,直到前后两次迭代得到

的转换参数差值绝对值均小于给定的 K 值（按精度要求设定）时，停止迭代计算，得出最终的等价权矩阵，求出抗差最小二乘准则下的转换九参数值；

（4）将最终满足迭代条件的九参数代入式（1）求解各控制点大地坐标值（ΔB_i，ΔL_i，ΔH_i），完成转换。

2.3 拟准检定法

拟准检定法利用真误差与观测值间的确定关系 $R\Delta = -RL$，结合拟稳平差的思想，提出“拟准观测”概念。拟准观测指认为无粗差且又未加以判定的观测值。[8]

解算步骤：

（1）针对公式（1）的转换九参数模型，根据最小二乘原理，求解残差值$|v_i| = |Ax_i - l_i|$、单位权中误差$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\dfrac{V^TPV}{r}}$（$r = n - t$，$n$ 为观测值个数，t 为必要观测值个数）以及九参数估值 $X_i = N^{-1}W = (A^TPA)^{-1}A^TPl$；

（2）依据单位权中误差$\hat{\sigma}_0$是否超限判断九参数估值是否合理。若合理，则停止拟准观测（公共点坐标无粗差存在），采用直接最小二乘法求解参数；若不合理，需根据步骤（3）、（4）探测粗差坐标位置，并利用式$\hat{\nabla}_i = (C_b^TRC_b)^{-1}C_b^TRL$[9]估算粗差值大小。

式中，$R = E - J = E - A(A^TPA)^{-1}A^TP$ 为正交补投影，E 为 n 阶单位矩阵。C_b构成方式为：假设确定的粗差个数有 b 个，可得到 b 个 n 维单位向量 $e_j = (0, \cdots, 1, 0, \cdots, 0)^T$，即对应的第 j 个观测有粗差，设定第 j 个分量为 1，其余为 0，则 $C_b = (e_1, e_2, \cdots, e_b)$。[9]

（3）初选拟准观测

根据步骤（1）计算得出的初始残差值$|v_i|$初选拟准观测，并对初选拟准观测进行平差，利用式$\hat{\Delta} = (-R^TR + G^TG)^{-1}R^TRL$ 计算真误差估值$\hat{\Delta}$，将$\hat{\Delta}$的绝对值由小到大排序。

式中，G 参见式（5）：

$$\underset{n\times n}{G} = \begin{bmatrix} \underset{(n-r)\times(n-r)}{0} & \underset{(n-r)\times r}{0} \\ \underset{r\times(n-r)}{0} & G_q \end{bmatrix} \tag{5}$$

初选拟准观测时，可将初始残差$|v_i|$中明显小于其它残差值的观测值设定为初选拟准观测。

（4）复选拟准观测

复选拟准观测是采用前次的 r 个拟准观测，且对复选拟准观测进行平差，计算真误差估值$\hat{\Delta}$，将$|\hat{\Delta}|$由大到小排序。生成真误差拟准解序列[10]：

$$\hat{\Delta} = (\hat{\Delta}_1 \quad \cdots \quad \hat{\Delta}_r \quad \hat{\Delta}_{r+1} \quad \cdots \quad \hat{\Delta}_n)$$

复选拟准观测在实际的操作中可以逐个或多个增加。

计算 $W_3 = (\hat{\Delta}_{r+1} - \hat{\Delta}_r)/\hat{\sigma}_0$。当 $W_3 > k$（如设定 $k = 3.1$）时，停止复选拟准观测，其后的观测皆为粗差观测值；反之，继续复选拟准观测，重复步骤（4），直至满足条件 $W_3 > 3.1$ 为止。

（5）坐标转换

①利用式$\hat{\nabla}_i = (C_b^TRC_b)^{-1}C_b^TRL$ 计算粗差估值；

②根据粗差探测位置及粗差估值修正公共点当中的粗差坐标；

③将改正后的公共点坐标代入式（1），采用最小二乘原理计算转换九参数，完成坐标转换。

3 算例解析

从某工程控制网当中，选出 4 个分布较均匀且同时具备 WGS84 与 BJ54 坐标的公共点参与九参数求解及坐标转换的验证。4 个公共点的坐标见如表 1（中央子午线经度为 123°00′00″）所示。

表 1 已知点公共点坐标及大地高

点名		D_1	D_2	D_3	D_4
WGS-84 大地坐标	B	31°00′00″	31°00′00″	32°00′00″	32°00′00″
	L	121°00′00″	122°00′00″	122°00′00″	121°00′00″
	H	100.0 m	110.0 m	120.0 m	130.0 m
BJ54 坐标	X	3 432 752.901 m	3 431 464.596 m	3 542 352.347 m	3 543 663.854 m
	Y	−191 030.085 m	−95 508.161 m	−94 496.849 m	−189 006.414 m
	H	50.0 m	60.0 m	70.0 m	80.0 m

⑴ 公共点坐标无粗差情况下。直接利用最小二乘原理解算未知九参数分别为：

$\Delta_x = -5.960\,3 \times 10^{-14}$ m，$\Delta_y = 9.929\,5 \times 10^{-13}$ m，$\Delta_z = -1.203\,9 \times 10^{-12}$ m；$m = 7.839\,4 \times 10^{-6}$；

$\varepsilon_x = 2.491\,5 \times 10^{-10}\,''$；$\varepsilon_y = 1.720\,2 \times 10^{-10}\,''$；$\varepsilon_z = 2.689\,2 \times 10^{-11}\,''$；$\Delta a = -1.229\,1 \times 10^{-12}$；

$\Delta f = 2.521\,2 \times 10^{-8}$。

由于公共点坐标没有粗差，转换后经度、纬度及大地高最大差值分别为 0.000 2″、0.000 007″及 2 mm，满足工程中大地坐标转换的精度要求，如表 2 所示。

表 2 直接最小二乘法坐标转换精度（公共点坐标无粗差）

点号	D_1	D_2	D_3	D_4
ΔB/″	−0.000 2	−0.000 1	−0.000 02	−0.000 1
ΔL/″	0.000 006	0.000 007	0.000 006	0.000 005
ΔH/mm	2	1	0	2

注：表 2 中 ΔB、ΔL、ΔH 分别为转换坐标与已知坐标见的差值

⑵ 公共点坐标有粗差情况下。为便于研究，在 D1 点的纬度坐标上人为加入 2 秒粗差，分别采用直接最小二乘法、Baarda 数据探测法、抗差最小二乘法和拟准检定法进行九参数的解算及坐标转换。

①直接最小二乘法。利用最小二乘原理求取其转换九参数值分别为：

$\Delta_x = 0.006\,8$ m，$\Delta_y = 0.004$ m，$\Delta_z = -9.233\,8 \times 10^{-8}$ m；$m = 7.842\,7 \times 10^{-6}$；$\varepsilon_x = 0.062\,1''$；

$\varepsilon_y = -0.106''$，$\varepsilon_z = 0.210\,1''$，$\Delta a = -1.252 \times 10^{-12}$，$\Delta f = 1.308\,4 \times 10^{-8}$。

②Baarda 数据探测法。将表 1 中 4 个控制点均作为公共点参与大地坐标转换，当 D_1 点纬度值存在 2 秒粗差时，用 Baarda 数据探测算法进行粗差探测与定位，可以看出 D_1 点 $|u|_{\max} = 1.78 > u_{\frac{\alpha}{2}} = 1.6$，剔除 D_1 点三维坐标参与九参数的计算，之后将 D_2、D_3、D_4 点利用直接最小二乘法求参，求取的转换九参数值如下：

$\Delta_x = -5.960\,3 \times 10^{-14}$ m，$\Delta_y = 9.929\,3 \times 10^{-13}$ m，$\Delta_z = -1.203\,9 \times 10^{-12}$ m；$m = 7.839\,5 \times 10^{-6}$；

$\varepsilon_x = 2.491\,5 \times 10^{-10}\,''$；$\varepsilon_y = 1.720\,2 \times 10^{-10}\,''$；$\varepsilon_z = 2.689\,3 \times 10^{-11}\,''$；$\Delta a = -1.229\,1 \times 10^{-12}$；

$\Delta f = 2.521\,2 \times 10^{-8}$。

③抗差最小二乘法。当 D_1 点纬度坐标有 2 秒粗差的情况下，采用抗差估计算法求得的转换九参数值分别为：

$\Delta_x = -1.575\,9 \times 10^{-8}$ m，$\Delta_y = -3.203\,7 \times 10^{-8}$ m，$\Delta_z = -8.416\,5 \times 10^{-8}$ m；$m = 7.839\,4 \times 10^{-6}$；

$\varepsilon_x = 1.192\,2 \times 10^{-5}\,''$；$\varepsilon_y = 9.430\,5 \times 10^{-6}\,''$；$\varepsilon_z = 0.0\,''$；$\Delta a = -1.250\,313 \times 10^{-12}$，$\Delta f = 2.528\,5 \times 10^{-8}$。

④拟准检定法。用拟准检定法对公共点粗差坐标进行处理，改正公共点粗差坐标，最终采用改正后的公共点坐标进行求参，求得的转换九参数值分别为：

$\Delta_x = -1.575\,9\times10^{-8}$ m，$\Delta_y = -3.203\,7\times10^{-8}$ m，$\Delta_z = -8.416\,5\times10^{-8}$ m；$m = 7.839\,4\times10^{-6}$；

$\varepsilon_x = 1.192\,2\times10^{-5}\,''$；$\varepsilon_y = 9.430\,5\times10^{-6}\,''$；$\varepsilon_z = 0.0\,''$；$\Delta a = -1.250\,313\times10^{-12}$，$\Delta f = 2.528\,5\times10^{-8}$。

通过上述九参数解算及精度对比表 2 看出，由于公共点坐标有 2 秒粗差存在，直接最小二乘法计算出的平移参数、旋转参数及扁率变化率误差较大。如表 3 所示，转换后经纬度、大地高最大差值分别为 0.001″、0.2″及 4 mm，转换精度差；Baarda 数据探测法、抗差最小二乘法及拟准检定法解算出的转换九参数与无公共点坐标粗差情况下的转换参数值基本一致，且检核点坐标与已知坐标间的差值很小。需要指出的是，由于式(1)转换模型需要求解 9 个未知转换参数，至少需要 3 个公共点参与九参数的求解，该算例中若有 2 个公共点坐标存在粗差，则 Baarda 数据探测法将剔除该 2 个公共点，此时只剩下 2 个无粗差的公共点，无法利用最小二乘法进行九参数的解算。

表 3　不同算法转换精度对比(公共点坐标存在粗差)

点号		直接最小二乘法	Baarda 数据探测法	抗差最小二乘法	拟准检定法
D_1	ΔB/″	−0.001	−0.000 2	−0.000 03	−0.000 01
	ΔL/″	−0.2	0.000 001	0.0	0.0
	ΔH/mm	5.0	4.0	2.0	1.0
D_2	ΔB/″	0.001	0.000 4	0.000 3	0.000 001
	ΔL/″	−0.2	0.000 003	0.000 001	0.000 001
	ΔH/mm	2.0	3.0	2.0	1.0
D_3	ΔB/″	0.001	−0.000 2	−0.000 03	−0.000 001
	ΔL/″	−0.3	−0.000 01	−0.000 002	0.0
	ΔH/mm	3.0	4.0	2.0	2.0
D_4	ΔB/″	−0.001	−0.000 1	−0.000 1	−0.000 001
	ΔL/″	−0.2	0.000 007	0.000 005	0.000 004
	ΔH/mm	2.0	4.0	3.0	1.0

注：表 3 中 ΔB、ΔL、ΔH 分别为转换坐标与已知坐标见的差值

4　结束语

Baarda 数据探测法、抗差最小二乘及拟准检定法用于不同大地坐标间的转换均能解决公共点坐标存在粗差所导致的转换精度差的问题。由于 Baarda 数据探测法存在剔除粗差公共点参与九参数求解的缺点，因此，实际工程中若公共点个数有限，建议采用抗差最小二乘和拟准检定法抵抗粗差公共点坐标的影响，实现不同大地坐标间的转换。

参考文献：

[1]张华海,王宝山,赵长胜,等.应用大地测量学[M].徐州：中国矿业大学出版社,2007.
[2]倪飞,赵长胜,郭洋洋.不同大地坐标系间相互转换的病态解决及抗差算法[J].测绘科学,2011(4)：72-74.
[3]孔祥元,郭际明,刘宗泉.大地测量学基础[M].武汉：武汉大学出版社,2006.
[4]倪飞.几种抗差算法在坐标转换中应用的对比研究[J].矿山测量,2017(4)：92-96,120.
[5]蒋辉,夏勇,樊朝俊.北京 54 坐标系坐标转换的探讨[J].南京工业大学学报:自然科学版,2007(4)：73-76.
[6]刘亚彬,郑南山,张旭,等.GPS 高程拟合的加权总体最小二乘抗差估计[J].大地测量与地球动力学,2016(1)：30-34.
[7]倪飞,崔桂官.空间直角坐标系统转换的抗差算法研究[J].海洋测绘,2011(6)：28-30.
[8]欧吉坤.粗差的拟准检定法[J].测绘学报,1999(2)：2-3.
[9]倪飞,房世龙,赵苏政.拟准检定法在坐标系统转换中的应用研究[J].测绘地理信息,2015(6)：15-18.
[10]柴艳菊.拟准检定的理论、应用及程序设计[D].北京：中国科学院研究生院；武汉：中国科学院测量与地球物理研究所,2000.

(责任编辑 张　利)

(下转第 76 页)

好的创业心理素质是大学生创业成功的重要因素。因此，学校创业教育中要把培养良好的创业心理素质作为重要的培育环节，这不仅对提高大学生创业成功率具有重要的意义，而且可以为深入实施创新驱动发展战略，以更优的质量打造就业服务新内涵，解决大学生的就业问题提供坚实的保障。

参考文献：

[1]李克强出席第九届夏季达沃斯论坛开幕式并发表特别致辞[EB/OL].(2015-09-11)[2019-06-18].http://finance.people.com.cn/n/2015/0911/c1004-27569901.html.

[2]于伟丽.供给侧改革视阈下的高校创新创业教育[J].创新创业,2017(5):41-45.

[3]王志峰.大学生创业心理品质的培育[J].思想教育研究,2010(12):45-47.

（责任编辑 范可旭）

Research on the Path of Cultivation of College Students' Entrepreneurial Psychological Quality Under the Background of "Mass Entrepreneurship and Innovation"

BAI Qin
(Dept. of Admission and Employment, Nantong Vocational & Technical Shipping College, Nantong 226010, China)

Abstract: The cultivation of college students' good entrepreneurial psychological quality is of great significance for guiding college students' healthy growing-up and promoting their smooth employment and entrepreneurship. Good entrepreneurial psychological quality is an important factor for college students' entrepreneurial success. To correctly understand and grasp the main content of college students' entrepreneurial psychological quality, it is to scientifically guide college students to form a good entrepreneurial psychological quality by cultivating college students' entrepreneurial awareness, improving college students' psychological adjustment ability, strengthening formation of entrepreneurial personality, broadening practice channels, etc.

Key words: entrepreneurial psychological quality; entrepreneurship education; path of cultivation

（上接第 52 页）

Study on Robust Algorithm for Conversion Between Different Geodetic Coordinate Systems

CAO Hou-long
(Construction Center, National Nuclear Engineering Co., Ltd., Shanghai 200233, China)

Abstract: The coordinate transformation between different geodetic coordinate systems applies the common point of coordinates in two sets of coordinate systems. Integrated with corresponding transformation model, the process of transforming nine parameters is produced. If there is a gross error in the common point coordinate during conversion, the accuracy of the nine parameters will be affected, resulting to failure of conversion. The traditional Baarda gross error data detection method, robust least squares method and quasi-accurate detection method are used to solve the problem of precision deviation caused by gross error of common point coordinate during conversion. In combination with conversion algorithm examples, it provides certain reference for the selection of geodetic coordinate conversion algorithm in engineering practice.

Key words: gross error; Baarda data detection method; robust estimation; quasi-accurate detection method