第16卷第2期　南通航运职业技术学院学报　Vol.16 No.2
2017年6月　JOURNAL OF NANTONG VOCATIONAL & TECHNICAL SHIPPING COLLEGE　Jun. 2017
doi: 10.3969/j.issn.1671—9891.2017.02.013

平面坐标转换模型的应用分析

余　凯
（安徽工业经济职业技术学院 地质与建筑工程学院，安徽 合肥 230051）

摘　要：文章针对当前较常用的几种平面坐标转换模型进行分析，结合具体算例，讨论了相似变换模型、二次曲面模型及内插模型等的转换精度。结果表明，当合理选择转换点时，二次曲面模型及内插模型能够获得相对较高精度的转换坐标。

关键词：相似变换模型；二次曲面模型；内插模型
中图分类号：O182.2　**文献标识码**：A　**文章编号**：1671-9891(2017)02-0052-04

0　引言

当前，工程上常用的平面坐标系统转换模型主要有相似变换模型、二次曲面模型及内插模型等三种。[1]针对上述3种常用模型的转换精度情况则没有较详尽的研究。工程中在选择模型时，经常不考虑精度要求而是习惯性地采用其中某一种模型进行坐标的转换。本文从模型特点与转换过程出发，结合具体的转换算例比较这3种模型的坐标转换精度，为工程应用提供借鉴。

1　平面坐标转换模型

1.1　相似变换模型

平面坐标相似变换的四参数模型如式(1)所示。[2]

$$\begin{cases} x = a + Xd + Yc \\ y = b + Yd - Xc \end{cases} \tag{1}$$

式中，(x,y)、(X,Y)分别为新、旧公共点坐标；a、b、c、d为待定的未知参数。要求解出四个未知参数，则至少需要两个公共点坐标，列出4个方程。若已知多于两个公共点，则可根据最小二乘准则计算未知参数。

假定有n个公共点，则可建立误差方程式，如式(2)所示。

$$\begin{bmatrix} v_{x1} \\ v_{y1} \\ \cdots \\ v_{xn} \\ v_{yn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & Y_1 & X_1 \\ 0 & 1 & -X_1 & Y_1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 0 & Y_n & X_n \\ 0 & 1 & -X_n & Y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \cdots \\ x_n \\ y_n \end{bmatrix} \tag{2}$$

利用$X=(B^{T}PB)^{-1}B^{T}PL$便可以求出对应的未知参数a、b、c、d，将其代入式(1)即可计算出原有旧坐标在新坐标系下的新坐标值(x_i,y_i)。

1.2　二次曲面模型

二次曲面模型又叫作二次多项式拟合模型，多项式拟合算法的原理是通过用一个多项式来拟合已知公共点在两个坐标系间的坐标差异值，之后用该多项式来预计其他点的坐标差异值。一般情况下可采用二次曲面模型进行拟合。二次曲面拟合模型如式(3)所示。

收稿日期：2017-01-12
作者简介：余凯（1985— ），男，安徽合肥人，安徽工业经济职业技术学院地质与建筑工程学院讲师，硕士。

$$\begin{cases} X = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 \\ Y = b_0 + b_1x + b_2y + b_3x^2 + b_4xy + b_5y^2 \end{cases} \tag{3}$$

式中,a_0、a_1、a_2、a_3、a_4、a_5、b_0、b_1、b_2、b_3、b_4、b_5 为 12 个未知平面转换参数,(x,y)为旧坐标系坐标,(X,Y)为新坐标系坐标。要求解该参数至少需要 6 个已知公共点,当多余 6 个已知点时,可采用最小二乘原理进行求解。

假定有 n 个公共点,则可建立误差方程式,如式(4)所示。

$$\begin{bmatrix} v_{x1} \\ v_{y1} \\ \cdots \\ v_{xn} \\ v_{yn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1y_1 & y_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1y_1 & y_1^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_n & y_n & x_n^2 & x_ny_n & y_n^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_n & y_n & x_n^2 & x_ny_n & y_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \cdots \\ x_n \\ y_n \end{bmatrix} \tag{4}$$

利用 $X = (B^{\mathrm{T}}PB)^{-1}B^{\mathrm{T}}PL$,便可以求出对应的 12 个未知转换参数 a_0、a_1、a_2、a_3、a_4、a_5、b_0、b_1、b_2、b_3、b_4、b_5,将其代入式(3)即可计算出原有旧坐标在新坐标系下的新坐标值(X_i,Y_i)。

转换过程如下:

(1)选择二次曲面转换模型需要数量的、分布较为均匀的公共点,计算各公共点新旧坐标差值 Z_{xi},Z_{yi} 及旧坐标系下公共点坐标的站心坐标原点,即坐标的平均值$\bar{x}$,$\bar{y}$;

(2)利用公式 $Z_2 = Z_1 + Z_i$ 完成坐标转换。

1.3　内插转换模型

平面坐标的内插模型主要有反距离加权模型、线性内插模型及双线性内插模型。其中,双线性内插模型较之前两者精度更高、更稳定。[3]当有 4 个公共点进行内插时,可采用双线性内插模型,如式(5)所示。

$$Z_i = a_{00} + a_{10}(x_i - \bar{x}) + a_{01}(y_i - \bar{y}) + a_{11}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \tag{5}$$

式中,a_{00}、a_{10}、a_{01}、a_{11} 为待定的未知系数,由 4 个公共点坐标即可分别解得 X,Y 方向的转换参数;$\bar{x}$,$\bar{y}$为各公共点旧坐标 x,y 方向的坐标均值;Z_i 为公共点新旧坐标的差值。

转换过程如下:

(1)选择双线性内插转换模型需要数量的、分布较为均匀的公共点,计算各公共点新旧坐标差值 Z_{xi},Z_{yi} 及旧坐标系下公共点坐标的站心坐标原点,即坐标的平均值$\bar{x}$,$\bar{y}$;

(2)利用公式 $Z_2 = Z_1 + Z_i$ 完成坐标转换。

2　坐标转换算例

以安徽省南坪镇某控制网数据为例,该控制网属于城市 D 级控制网,控制点分布如图 1 所示。从该控制网中选出 12 个同时具备北京 54 和西安 80 两套坐标系下坐标的公共点参与转换算例的验证(其投影平面坐标值见表 1),采用 Matlab 编写坐标转换程序进行坐标转换,并进行转换模型的精度比较。

假如公共点分布不均匀或呈线状分布,就会导致坐标转换精度降低。因此,选择表 1 中分布较均匀的 D063、D025、D001、D084、D055、C003、D061 及 D100 共 8 个点作为公共点参与转换参数的求解,其余 4 个点作为外部精度检核点,其转换精度对比情况见表 2。

其中,最小残差值如式(6)所示。

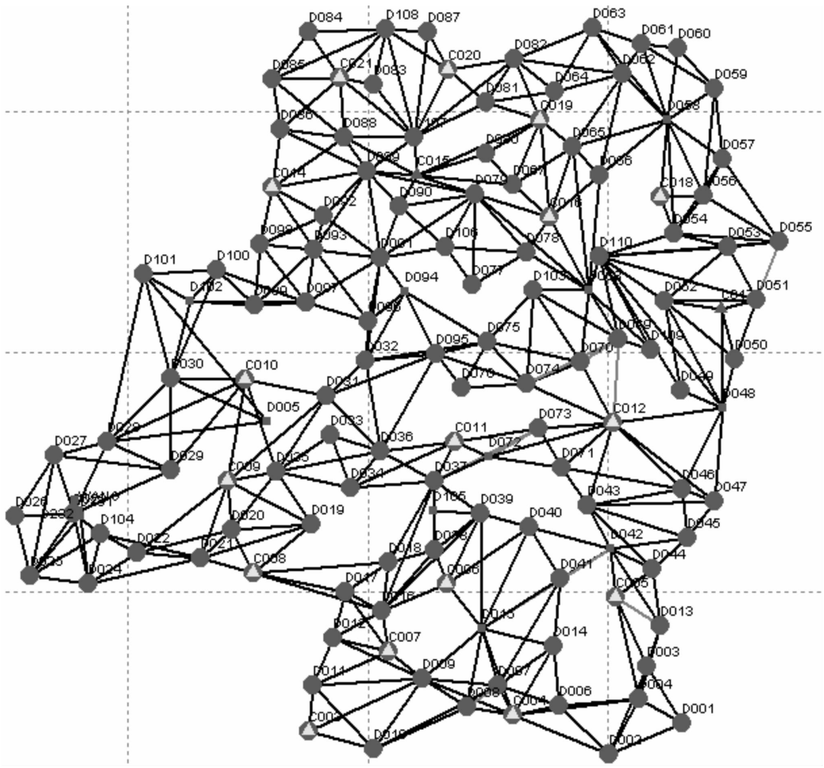

图 1　南坪镇某控制网点位分布图

表 1　已知公共点坐标值(单位:m)

点号	北京 54 平面坐标值		西安 80 平面坐标值	
	X	Y	X	Y
D063	*****60.682	****08.313	*****14.002	****56.058
D025	*****01.331	****73.526	*****54.798	****21.177
D001	*****52.842	****33.148	*****06.169	****80.736
D084	*****98.731	****59.641	*****52.113	****07.397
D055	*****78.264	****42.654	*****31.553	****90.342
C003	*****50.266	****59.184	*****03.685	****06.786
D061	*****54.345	****21.346	*****07.659	****69.084
D100	*****17.793	****01.965	*****71.206	****49.677
D047	*****29.354	****28.320	*****82.666	****75.955
C004	*****62.017	****12.583	*****15.390	****60.179
D019	*****50.389	****89.284	*****03.799	****36.931
C020	*****23.255	****03.935	*****76.611	****51.678

注:上述表格中“*”表示坐标数据进行简化隐藏

表 2　三种转换模型精度对比表(单位:m)

转换模型	四参数相似变换模型		二次曲面模型		内插转换模型	
最小残差值	−0.013		−0.005		−0.005	
最大残差值	−0.015		−0.009		−0.008	
坐标分量中误差	M_x	M_y	M_x	M_y	M_x	M_y
内符合精度	±0.009	±0.009	±0.004	±0.005	±0.003	±0.004
	$M=\pm 0.012$		$M=\pm 0.006$		$M=\pm 0.005$	
外符合精度	±0.004	±0.009	±0.003	±0.005	±0.003	±0.005
	±0.007		±0.006		±0.006	

$v_{\min} = \min(x_i 或 y_i - x_i' 或 y_i')$　　(6)

坐标分量中误差计算公式如式(7)所示。

$$M_x = \pm\sqrt{\frac{v_x \times v_x}{n}}, M_y = \pm\sqrt{\frac{v_y \times v_y}{n}} \quad (7)$$

其中,$v_x = x' - x$,$v_y = y' - y$(x,y 为北京 54 平面坐标值,x',y'分别为西安 80 平面坐标值),n 为点位个数。

点位中误差如式(8)所示。

$$M_x = \pm\sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad (8)$$

从表 2 可以得到如下结论:四参数模型坐标转换最大、最小残差值分别为-1.6 cm、-1.3 cm,内符合精度为±0.012 m,外符合精度为±0.007 m;二次曲面模型坐标转换最大、最小残差值分别为-0.9 cm、-0.5 cm,内符合精度为±0.005 m,外符合精度为±0.006 m;内插模型坐标转换最大、最小残差值分别为-0.8 cm、-0.5 cm,内符合精度为±0.005 m,外符合精度为±0.006 m。二次曲面模型与内插模型的内外符合精度均达到了毫米级,高于相似变换四参数模型。

3　结束语

本文通过对三种转换模型的平面坐标转换精度对比可知,相似变换四参数转换模型其转换精度达到了厘米级,二次曲面模型与内插模型,其精度达到了毫米级;在公共点数量较少且精度要求不是很高情况下,可采用相似变换模型进行平面坐标转换,若公共点数目较多且精度要求较高情况下,可采用二次曲面模型与内插模型进行平面坐标转换。

参考文献:

[1]姚朝龙,刘立龙.几种模型在平面坐标转换中的应用[J].地理空间信息,2011(2):64-66.

[2]唐敏炯,钱峰,沈理.相似变换模型在平面坐标系变换中的有效性分析[J].现代测绘,2011(6):13-15.

[3]倪飞,崔桂官.平面坐标转换的内插算法[J].测绘信息与工,2011(3):33-35.

Application Analysis of Plane Coordinate Transformation Model

YU Kai

(School of Geology and Construction Engineering, Anhui Technical College of Industry and Economy, Hefei 230051, China)

Abstract: This article analyzes several kinds of currently used plane coordinate transformation models. In addition, combined with concrete examples, it studies the conversion precision of similarity transformation models, quadric surface models and interpolation models. The results indicate that if a conversion point is reasonably chosen, quadric surface models and interpolation models can obtain the conversion coordinate with relatively high precision.

Key words: Similarity transformation model; Quadric surface model; Interpolation model